APELLIDOS NOMBRE

Pertenencia al radical de un ideal

Teorema.- Sea $I = \langle f_1, \ldots, f_s \rangle \subset k[x_1, \ldots, x_n]$ un ideal, sea $f \in k[x_1, \ldots, x_n]$ un polinomio y sea w una nueva variable. Entonces $f \in \sqrt{I}$ si y sólo si $1 \in \langle f_1, \ldots, f_s, 1 - wf \rangle \subset k[x_1, \ldots, x_n, w]$.

Ejercicio 1. En $\mathbb{Q}[x, y]$ se consideran los polinomios

$$f_1 = 2xy^2 - y^2, \; f_2 = 2x^4 + 2x^2 - 1 \text{ y } f = -4x^2 + 4y + 1.$$

Sea el ideal $I = \langle f_1, f_2 \rangle$, usar `SAGE` y bases de Groebner para comprobar si $f \in \sqrt{I}$.

Teoría de eliminación e intersección de ideales

Teorema.- Sean $I, J \subset k[x_1, \ldots, x_n]$ ideales y sea w una nueva variable. Consideremos el ideal $\langle wI, (1 - w)J \rangle$ en $k[w, x_1, \ldots, x_n]$. Entonces

$$I \cap J = \langle wI, (1 - w)J \rangle \cap k[x_1, \ldots, x_n].$$

Observación.- Si $I = \langle f_1, \ldots, f_r \rangle$ y $J = \langle g_1, \ldots, g_s \rangle$ entonces

$$\langle wI, (1 - w)J \rangle = \langle wf_1, \ldots, wf_r, (1 - w)g_1, \ldots, (1 - w)g_s \rangle.$$

Proposición.- Dados $f, g \in k[x_1, \ldots, x_n]$ no nulos, se tiene

$$\langle f \rangle \cap \langle g \rangle = \langle \mathrm{LCM}(f, g) \rangle.$$

Ejercicio 2. Usar `SAGE` y los resultados anteriores para calcular el mínimo común múltiplo de $f = 2xy^2 - y^2$ y $g = x^2(-y) + 3y^2 + 3y$.

Los ejercicios se resolverán mediante una sesión de SAGE. Al final de la sesión cada alumno la salvará y enviará su práctica a `miguelolalla@us.es`. El asunto del mensaje debe ser *Práctica 3 de SAGE* y en el cuerpo del mensaje debe aparecer el nombre completo de la alumna o el alumno. Si algún alumno no ha finalizado la práctica al terminar la sesión, podrá enviarla antes de las 22h del 22 de mayo de 2017, en este caso la calificación de la práctica tendrá un valor del 80%, es decir, será valorada sobre 0,8 puntos en la nota final de la asignatura. Además, **al finalizar la sesión se debe entregar esta hoja con las soluciones a los ejercicios**.